

§17. Stammfunktion

1. Definition

Eine Funktion F heißt *Stammfunktion* einer Funktion f , wenn gilt:
 $F'(x) = f(x)$

Bemerkung: Jede Funktion besitzt unendlich viele Stammfunktionen, die sich alle in einer Konstanten unterscheiden. Ihre Graphen unterscheiden sich also dadurch, dass sie in y -Richtung unterschiedlich weit verschoben sind.

2. Wichtige Regeln und Funktionen mit ihren Stammfunktionen

Es gelten folgende Regeln:

$$f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow F(x) = G(x) + H(x) + C$$

(Bei Summen Stammfunktionen der einzelnen Summanden bilden)

$$f(x) = a \cdot g(x) \Rightarrow F(x) = a \cdot G(x) + C$$

(Multiplikative Konstanten bleiben)

$$f(x) = g(x) + a \Rightarrow F(x) = G(x) + ax + C$$

(Additive Konstanten mit x multiplizieren))

$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	nur für
$n \neq -1$		
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln x + C$	
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$	
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x + C$	
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x + C$	
$f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$	$F(x) = \ln g(x) + C$	

Beispiele:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2-1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2x}{x^2-1} \quad F(x) = \frac{3}{2} \ln|x^2-1| + C$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 3 \quad F(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + C$$