

§17. Stammfunktion

1. Definition

Eine Funktion F heißt *Stammfunktion* einer Funktion f , wenn gilt:
 $F'(x) = f(x)$

Bemerkung: Jede Funktion besitzt unendlich viele Stammfunktionen, die sich alle in einer Konstanten unterscheiden. Ihre Graphen unterscheiden sich also dadurch, dass sie in y -Richtung unterschiedlich weit verschoben sind.

2. Wichtige Regeln und Funktionen mit ihren Stammfunktionen

Es gelten folgende Regeln:

$$f(x) = g(x) + h(x) \quad \Rightarrow \quad F(x) = G(x) + H(x) + C$$

(Bei Summen Stammfunktionen der einzelnen Summanden bilden)

$$f(x) = a \cdot g(x) \quad \Rightarrow \quad F(x) = a \cdot G(x) + C$$

(Multiplikative Konstanten bleiben)

$$f(x) = g(x) + a \quad \Rightarrow \quad F(x) = G(x) + ax + C$$

(Additive Konstanten mit x multiplizieren))

$$f(x) = x^n \quad F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{nur für}$$

$$n \neq -1$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad F(x) = \ln|x| + C$$

$$f(x) = e^x \quad F(x) = e^x$$

$$f(x) = \sin x \quad F(x) = -\cos x + C$$

$$f(x) = \cos x \quad F(x) = \sin x + C$$

$$f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)} \quad F(x) = \ln|g(x)| + C$$

Beispiele:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2-1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2x}{x^2-1} \quad F(x) = \frac{3}{2} \ln|x^2-1| + C$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 3 \quad F(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + C$$